數學領域有效教學教案—認識勾股定理

壹、單元主題名稱：認識勾股定理

貳、教學設計及策略運用

一、本單元主要的目標及構想：

1. 能理解畢達歌拉斯的故事，並從中認識人權、性別平等、生命教育與生涯發展等議題。
2. 能由面積的關係觀察出直角三角形三邊長的關係。
3. 能理解勾股定理（商高定理）。

二、選擇教學策略的想法

1. 教學策略：小組討論教學法、摺紙操作並作觀察與探究、資訊融入、課堂講述、問題解決教學法(啟發式教學法)。
2. 想法：
   (1)利用畢達哥拉斯的生平故事，以小組討論引導學生反思自己、了解自己。
   (2)利用摺紙讓學生實際操作並引導其觀察出任意直角三角形,以其三邊為邊長往外所作的三個正方形中，兩個小正方形的面積和恰好等於大正方形的面積。
   也就是：任意直角三角形，兩股的平方和等於斜邊的平方。
   (3)利用資訊融入引起學生興趣，也讓學生可以具體觀察出勾股定理，並加強觀念的練習。

三、教學策略與學習活動的結合

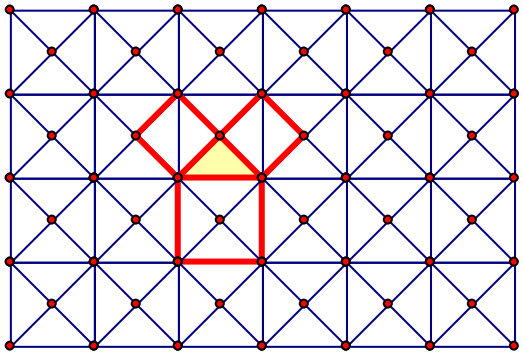
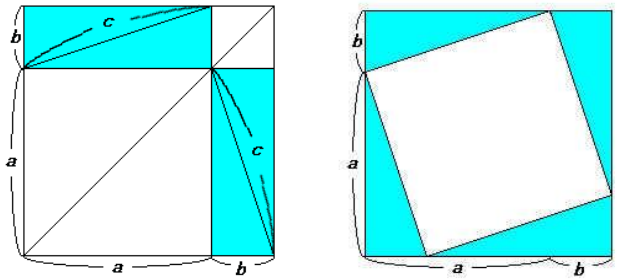
1. 利用畢達哥拉斯的生平故事動畫，引起學生興趣並融入重大議題討論。
2. 利用摺紙讓學生感受勾股定理。
3. 藉由操作 APP 遊戲，讓學生加強直角三角形三邊長的關係。
4. 學生填寫 Google 表單，讓老師立即了解學生錯誤觀念並予以導正。

參、主要教學活動

活動名稱	認識勾股定理	**教學時間**	135 分
先備知識	平方根的計算		
融入領域	人權、性別平等、生命教育與生涯發展等重大議題融入數學領域		
能力指標	8-*s*-08、8-*a*-05 能理解畢氏定理（*Pythagorean Theorem*）及其應用		

教學目標	1.能理解畢達歌拉斯的故事，並從中認識人權、性別平等、生命教育與生涯發展等議題。 2.能由面積的關係觀察出直角三角形三邊長的關係。 3.能理解勾股定理（商高定理）。

教學活動	教學資源	時間	教學評量
準備活動 （一）教師部分： 1. 準備平板電腦等行動載具設備。 2. 製作教材並將所需用到的 APP 遊戲下載到平板電腦。 3. 利用 Google 表單自編題目並建立捷徑點選。 4. 將班上學生分成 3 人一組，進行分組討論及合作學習。 二、學生部分： 1. 知道自己該完成的任務及該如何協助指導同學。 2. 每一小組學生熟悉行動載具的操作使用。 三、硬體設備與環境部分： 1. 單槍投影機與螢幕、行動載具(平板電腦)與電腦。 2. 多媒體教室無線網路建置。	書版商 提供的 教材資源 結合 網路資源		
第一節：(利用簡報結合動畫教學) 1.帶學生認識有關直角三角形上的一些名詞如：斜邊、股邊。 2.看畢達哥拉斯的故事動畫,並利用故事的書面資料融入重大議題,引導學生討論畢達哥拉斯的作為，藉此讓學生學習： (1)人權教育的尊重他人，瞭解任何人都有與生俱來、不容剝奪的人權。 (2)性別平等教育的尊重兩性與尊重自己。 (3)生命教育的尊重他人生命的重要性。 (4)生涯發展教育的認識自我及發展規劃的能力。 最後，進一步讓學生反思自己。	書版商 提供的 教材資源 結合 網路資源	5 分 20 分 15 分	寫學習單 (附件一) 反思自己

3.從影片中所提及的：驗證以等腰直角三角形之三邊為邊長往外所作的三個正方形中，兩個小正方形的面積和恰好等於大正方形的面積。接著引導學生思考任意直角三角形，是否亦符合此關係。 		5 分	
第二節：(利用簡報結合摺紙教學) 1.以摺紙的方式引導學生發現：任意直角三角形，以其三邊為邊長往外所作的三個正方形中，兩個小正方形的面積和恰好等於大正方形的面積。 也就是：任意直角三角形，兩股的平方和等於斜邊的平方。  $a^2+b^2=c^2$	參考自新北市林口國中/數學輔導團交大 AMA 團隊李政憲之簡報	15 分	
2.練習課本上的例題跟隨堂。	南一版數學課本	15 分	
3.類似題型紙筆測驗。		15 分	紙筆測驗(附件二)

第三節：(利用行動載具結合雲端教學) 1.利用平板電腦下載的 APP，實際讓學生看到圖形移動變化，觀察出：任何直角三角形，以其三邊為邊長往外所作的三個正方形中，兩個小正方形的面積和恰好等於大正方形的面積。也就是：任意直角三角形，兩股的平方和等於斜邊的平方。接著練習 APP 遊戲，讓學生更熟練判斷直角三角形三邊長的關係。 2.利用 Google 表單測驗學生學習成果。 3.針對學生狀況給予回饋，並導正錯誤觀念。	康軒製作 自編	25 分 10 分 10 分	線上測驗

附件一　畢達哥拉斯的故事　**班級：____座號：____姓名：_____**

傳說有一次畢達哥拉斯看到一個勤勉的窮人，他想教他學習幾何，因此對此人建議：如果你能學懂一個定理，那麼就給你一塊錢幣。這個人看在錢的份上就和他學幾何了，可是過了一段時間，這學生對幾何卻產生了非常大的興趣，反而要求畢達哥拉斯教快一些，並且建議：如果老師多教一個定理，他就給一個錢幣。不需要多少時間，畢達哥拉斯就把他以前給那學生的錢全部收回了。後來和他的信徒們組成了一個所謂「畢達哥拉斯學派」的政治和宗教團體。入會時需宣誓不得將數學發現公諸於世，甚至在畢氏死後，有成員因公開正 12 面體可由 12 個正五邊形構成的發現而被迫浸水致死。他們集中注意於研究自然數和有理數，特別是完全數，它是本身正因數（除了本身之外）之和，例如：6=1+2+3、28=1+2+4+7+14。他們認為上帝因為 6 是完美的，因此選擇以 6 天創造萬物，且月亮繞行地球一週約 28 天。

畢達哥拉斯容許婦女（當然是貴放婦女而不是奴隸女婢）來聽課。他認為婦女也是和男人一樣在求知的權利上平等，因此他的學派中就有十多名女學者。這是其他學派所無的現象。

畢達哥拉斯認為尋找證明就是尋找認識，而這種認識比任何訓練所累積的經驗都不容置疑，數學邏輯是真理的仲裁者。對他而言，數學之美在於有理數(能以分數表示的數)能解釋一切自然現象，但這種哲學觀使畢氏對無理數的存在視而不見。

有名學生叫希帕索斯，出於無聊，他試圖找出$\sqrt{2}$(以 1 為股的等腰直角三角形之斜邊)的等價分數，最終他認識到根本不存在這個分數，也就是說$\sqrt{2}$是無理數，希帕索斯對這發現喜出望外，但是他的老師畢氏卻不悅。因為畢氏已經用有理數解釋了天地萬物，無理數的存在會引起對他信念的懷疑。希帕索斯經過了一段時間的討論和深思熟慮所獲致的成果，畢氏本應接受這新數源，但畢氏始終不願承認自己的錯誤，卻又無法經由邏輯推理推翻希帕索斯的論證，最後他竟然判決將希帕索斯淹死。這是希臘數學的最大悲劇，只有在他死後無理數才得以安全的被討論著。後來，歐幾里德以反證法證明$\sqrt{2}$是無理數。

寫出你對畢達哥拉斯的看法：_____

_____

_____

寫出你對自己的認識(興趣、人格特質、價值觀、對自己未來的規劃):

_____

_____

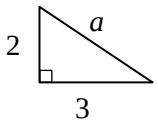
_____

附件二

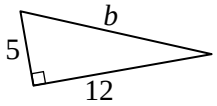
2-3 勾股定理

班級：_____座號：_____姓名：_____

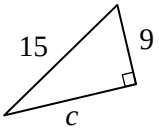
1.求出下列各直角三角形邊長 a、b、c 的值。

(1) 

$a=$_____。

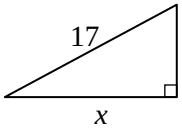
(2) 

$b=$_____。

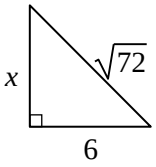
(3) 

$c=$_____。

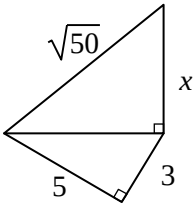
2. 求下列各圖中 x 的值：

(1) 

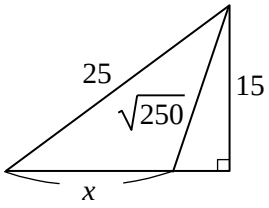
，$x=$_____。

(2) 

，$x=$_____。

(3) 

，$x=$_____。

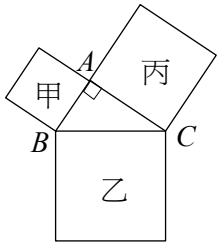
(4) 

，$x=$_____。

(　　)3. 若 3、5、x 是直角三角形的三邊長，則 x 的長度為下列何者？

(A) 4　　(B) 7　　(C) $\sqrt{34}$　　(D) 4 或 $\sqrt{34}$

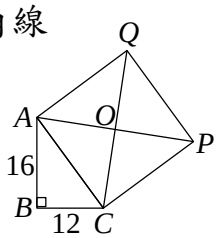
(　　)4. 如右圖，直角△ABC 中，若 $\overline{AB}=a$，$\overline{BC}=b$，$\overline{CA}=c$，若分別以 $\overline{AB}$、$\overline{BC}$、$\overline{CA}$ 為邊長向外畫出正方形甲、乙、丙，則下列何者正確？



(A) $a+b=c$　　(B) $a+c=b$

(C) $a^2+c^2=b^2$　　(D) $a^2+b^2=c^2$

(　) 6. 如右圖，$\angle ABC=90^\circ$，以 $\overline{AC}$ 為邊長作正方形 $ACPQ$，O 為兩對角線交點，$\overline{AB}=16$，$\overline{BC}=12$，則△AOQ 的面積為何？



(A) 400　　(B) 192

(C) 100　　(D) 96